Brevet blanc de mathématiques

Mardi 19 février 2013

Exercice 1 : (QCM) –

$\frac{12}{25} \times \frac{7}{10} =$	$\mathbf{\frac{84}{250}}$
Un oiseau parcourt 4,2 kilomètres en 8 minutes. Quelle distance aurait-il parcouru en une heure s'il gardait la même vitesse de vol ?	**31,5 km**
Quelle est la notation scientifique de $(4 \times 10^{-3})^2$?	$\mathbf{1{,}6 \times 10^{-5}}$
Un bidon contient 25 L. Si j'augmente sa capacité de 2%, il contient ?	**25,5 L**
Donner la valeur médiane de la série statistique suivante : 1 ; 2,4 ; 3 ; 3,5 ; 3,7 ; 3,8 ; 4 ; 4,2 ; 4,2 ; 7	**3,75**
Trouver le premier quartile Q1 de la série de valeurs : 58 ; 55 ; 61 ; 70 ; 61 ; 65 ; 58 ; 55 ; 72	**58**

Exercice 2

Les 90 filles et les 78 garçons de 3ème d'un collège veulent participer à une course d'endurance par équipes. On veut constituer les équipes de sorte que : Chaque équipe contienne le même nombre de filles ; Chaque équipe contienne le même nombre de garçons ; Tous les élèves participent.

On veut constituer des équipes identiques et « sans reste » (tous les élèves participent). Il faut donc un diviseur commun de 90 et 78. De plus, on veut un maximum d'équipe, on cherche donc le PGCD de 90 et 78.

On utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :

$90 = 78 \times 1 + 12$

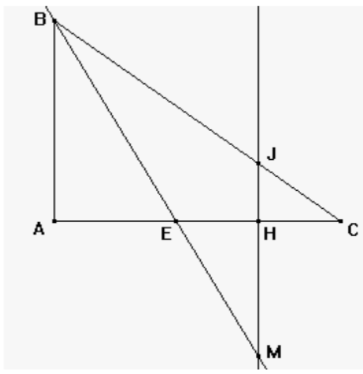
$78 = 12 \times 6 + 6$ Donc PGCD(90 ; 78) = 6. De plus, 90 : 6 = 15 et 78 : 6 = 13.

$12 = 6 \times 2 + 0$

On pourra faire 6 équipe au maximum, et chaque équipe contiendra donc 15 garçons et 13 filles.

Exercice 3

On considère un triangle ABC tel que : AB = 6 cm, AC = 9 cm et BC = $\sqrt{117}$ cm.
E est le point de [AC] tel que AE = 4 cm.
La médiatrice de [EC] coupe [EC] en H, [BC] en J et [BE] en M.



1) *On veut démontrer que ABC est un triangle rectangle.*

Je calcule séparément : $BC^2 = (\sqrt{117})^2 = 117$

$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2) *On veut prouver que les droites (JH) et (AB) sont parallèles*.

D'une part, on sait que (JH) est la médiatrice de [EC] donc, par définition, elle coupe [EC] perpendiculairement en son milieu. Et comme A, E et C sont alignés, on peut dire que (JH) est perpendiculaire à (AC).

D'autre part, on sait que ABC est un triangle rectangle en A (prouvé dans la question 1). C'est à dire que (AB) est perpendiculaire à (AC) également.

Or, [si] deux droites sont perpendiculaire à une même troisième droite,
alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (JH) et (AB) sont parallèles.

3) *On veut justifier que le segment [HC] mesure 2,5 cm.*

On sait que AC = 9 cm (énoncé) et que E est le point de [AC] tel que AE = 4 cm (énoncé),
donc EC = 9 cm – 4 cm = 5 cm.

On sait que la médiatrice de [EC] coupe [EC] en H, c'est à dire, d'après la définition de la médiatrice, que H est le milieu de [EC]. Donc HC = EC : 2 = 5 cm : 2 = 2,5 cm.

4) *On veut calculer la valeur exacte de JH.*

On sait que dans le triangle ABC, J appartient à [CB], H appartient à [CA] et (JH) est parallèle à (BA).

On peut donc utiliser le théorème de Thalès : $\frac{CJ}{CB}=\frac{CH}{CA}=\frac{JH}{BA}$ c'est à dire $\frac{CJ}{CB}=\frac{2,5}{9}=\frac{JH}{6}$

Donc $JH=\frac{2,5\times 6}{9}=\frac{5}{3}$. On obtient donc $JH=\frac{5}{3}$ cm $(valeur\ exacte)$

5) *On veut calculer HM.*

H est le milieu de [EC] donc EH = HC = 2,5 cm.

On sait que les droites (AH) et (BM) se coupent en E
et comme M appartient à (JH), on sait que (HM) // (BA).

On peut donc utiliser le théorème de Thalès : $\frac{EH}{EA}=\frac{EM}{EB}=\frac{HM}{AB}$ c'est à dire $\frac{2,5}{4}=\frac{EM}{EB}=\frac{HM}{6}$.

Donc $HM=\frac{6\times 2,5}{4}=\frac{15}{4}=3,75$. On peut donc écrire $HM=3,75$ cm

Exercice 4 :

On considère un carré dont la longueur est $\sqrt{3}+3$ cm *et un rectangle dont les dimensions sont* $\sqrt{72}+3\sqrt{6}$ cm *et* $\sqrt{2}$ cm *. On cherche à comparer les aires de ces deux figures.*

L'aire du carré est $A_{carré}=(\sqrt{3}+3)^2=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times 3+3^2=3+6\sqrt{3}+9=\mathbf{12+6\sqrt{3}}$

L'aire du rectangle est $A_{rectangle}=(\sqrt{72}+3\sqrt{6})\times\sqrt{2}=\sqrt{72}\times\sqrt{2}+3\sqrt{6}\times\sqrt{2}$
$=\sqrt{144}+3\sqrt{12}=12+3\sqrt{4}\sqrt{3}=12+3\times 2\times\sqrt{3}=\mathbf{12+6\sqrt{3}}$

On peut donc affirmer que ce carré et ce rectangle ont effectivement la même aire.

Exercice 5 :

1) **Recopier** et compléter ces égalités pour qu'elles soient vraies pour toute valeur de x :

a) $(x+3)^2=x^2+6x+9$

b) $(2x-5)^2=4x^2-20x+25$

c) $(7x+8)(7x-8)=49x^2-64$

2) Factoriser ces expressions :

$A=(x+3)(2x-7)-(x+3)(6-5x)=(x+3)[(2x-7)-(6-5x)]=(x+3)[2x-7-6+5x]=(x+3)(7x-13)$

$B=9x^2-16=(3x+4)(3x-4)$

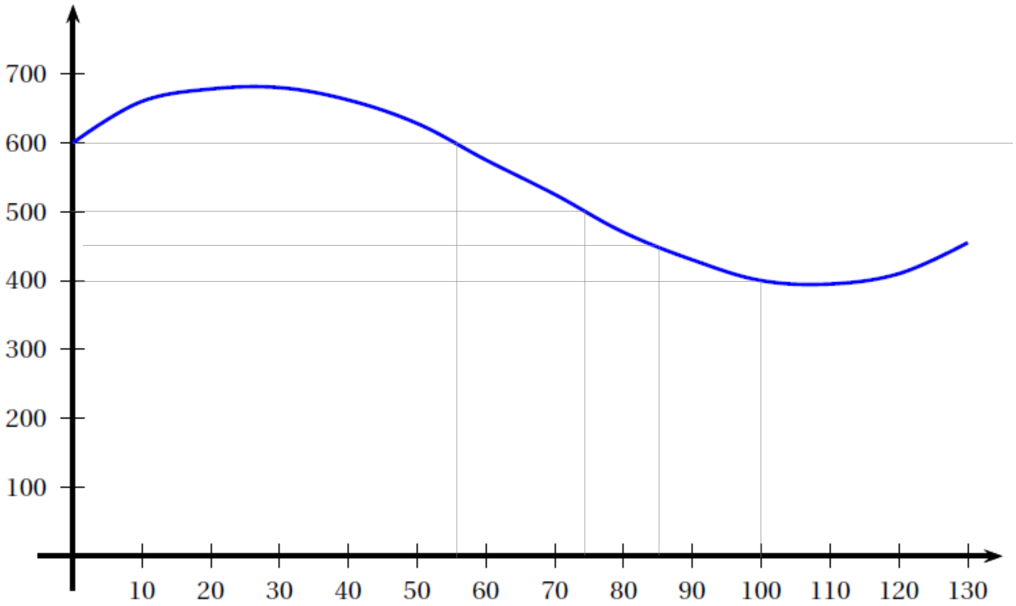
Exercice 6 :

Voici les valeurs (en m) des performances réalisés par les 11 finalistes du lancer du poids qualifiés aux J. O. de Pékin en 2008 :

20,06 m ; 20,53 m ; 21,09 m ; 19,67 m ; 20,98 m ; 20,42 m ; 21,51 m ; 21,04 m ; 20,41 m ; 20,63 m ; 21,05 m

1) Les médailles d'or, d'argent et de bronze ont été obtenues respectivement par la Pologne (21,51 m), les États-Unis (21,09 m) et la Biélorussie (21,05 m).
2) La longueur de lancer moyenne de cette finale (valeur en mètre, arrondie au centimètre) est
$(20,06+20,53+21,09+19,67+20,98+20,42+21,51+21,04+20,61+20,63+21,05):11\simeq 20,67$
3) L'ukrainien Yurly Bilonoh a réussi le lancer médian de cette finale. La longueur de son lancer est de 20,63 m car c'est la 6e valeur sur un total de 11 valeurs, lorsqu'on les range dans l'ordre croissant.
4) Le pourcentage des lanceurs qui ont franchi les 21m correspond à 4 lancers sur 11, c'est à dire
$\frac{4}{11}\times 100\simeq 36,36$. environ 36,36 % des lanceurs ont passé 21m (pourcentage arrondi au centième) .

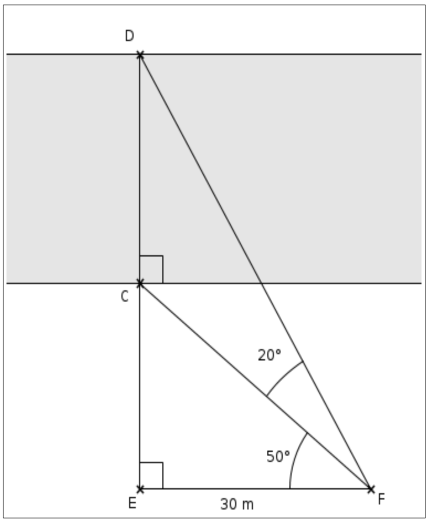
Exercice 7 : Une usine d'Élancourt fabrique du jus de betteraves.
On note **f** la fonction qui, à une quantité de jus fabriqué (en litres) associe le coût de fabrication (en euros).
On a représenté la fonction **f** pour une quantité de jus comprise entre **0 et 130 litres**.



A l'aide du graphique et en s'aidant de la règle, on peut constater que :

1) Le coût de fabrication de 100 litres de jus est d'environ 400 euros
2) Le coût de fabrication est de 500 € pour environ 74 litres de jus
3) L'image de 85 par la fonction f est d'environ 450
4) f(75) est environ égal à 500
5) Les antécédents de 600 par la fonction f sont 0 et 56 environ

Exercice 8 :



Juliette parie qu'elle peut traverser la rivière en moins de 2 minutes.
Les berges de la rivière sont parallèles. Les points E, C et D sont alignés.
$EF=30m$, $\widehat{CFE}=50°$ et $\widehat{DFC}=20°$.

Question : En nageant à la vitesse moyenne de 2,5 km/h et sans être déviée par le courant, pourra-t-elle gagner son pari ?

- Dans DEF rectangle en E, $\tan\widehat{DFE}=\frac{DE}{EF}$ c'est à dire

  $\tan 70°=\frac{DE}{30}$ donc $DE=30\tan 70°\simeq 82{,}42$.

- Dans CEF rectangle en E, $\tan\widehat{CFE}=\frac{CE}{EF}$ c'est à dire

  $\tan 50°=\frac{CE}{30}$ donc $CE=30\tan 50°\simeq 35{,}75$.

Ainsi, $CD=ED-EC=30\tan 70°-30\tan 50°\simeq 82{,}42-35{,}75\simeq 46{,}67$. La largeur de la rivière est d'environ 46,67 mètres.

Julie nage à la vitesse de 2,5 km par heure, c'est à dire qu'elle fait :

2500 mètres en 60 minutes.
46,67 mètres en < ? > minutes.

Par le produit en croix, on trouve qu'elle met $\frac{46{,}67\times 60}{2500}$ minutes, c'est à dire environ $1{,}12$ minutes .

Elle peut gagner son pari.